Title	線形常微分方程式ノ解ノ Topologische Abbildungen ニ就テ
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 5 p.1-p.5
Issue Date	1934-08-02
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73849
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

全國紙上談話会第5号

13. 線形常微分方程式ノ解ノ Topologische Abbildungen ニ就テ.

中野秀五郎（一高）

本年四月数物ノ年会ニ於テ、筆者ハ南雲氏トノ共同研究トシテ、二ツノ任意第二階線形斉次微分方程式ガ

(1) $\begin{cases} y = \alpha(t)z \\ x = \varphi(t) \end{cases}$ $(\alpha(t) \neq 0,\ \varphi'(t) \neq 0)$

ナルガ如キ変換ニテ互ニ他ニ移リ得ル總テノ場合ヲ決定セリ. 筆者ガ此處ニ記サント欲スルコトハ、二ツノ線形微分方程式ニ就テ

(2) $\begin{cases} y = \varphi(t,z) \\ x = \psi(t,z) \end{cases}$

ナルガ如キ (x,y)-面ト (t,z)-面トノ Topologische Abbildung ニヨリ一方ノ微分方程式ノ解ガ他方ノ解ニ abbilden サレル時ハ, 変換 (2) ハ如何ナル条件ヲ満足スベキカト云フコトナリ.

1. 第一階微分方程式ノ場合.

二ツノ第一階線形微分方程式ノ一般解ヲ夫々

(3) $C u(x) + h(x)$

(4) $C v(x) + k(x)$

$(C$ ハ arbitrary constant $)$

解 $h(x)$ ニ解 $k(x)$ ガ対應スルモノトス.

ズ (3) ヲ

(5) $\begin{cases} y = u(x) z_1 + h(x) \\ x = t_1 \end{cases}$ $(u(x) \neq 0$ ナルコトハ明カナリ$)$

ナル変換ニテ

(6) $z_1 = C$

51 ヲ

$$\begin{cases} y = v(x)\, z_2 + k(x) \\ x = t_2 \end{cases}$$ （$v(x) \neq 0$ ナルコトハ明カナリ）

$$z_2 = C$$

キハ (6) ト (8) トヲ Topologische Abbildung ニヨリ互ニ他ニ変形

横軸ニ平行ナ直線ヲ横軸ニ平行ナ直線ニ変換スベキヲ以テ

$$\begin{cases} z_2 = \varphi(z_1) \\ t_2 = \psi(t_1) \end{cases} \qquad \begin{cases} z_1 = \varphi^{-1}(z_2) \\ t_1 = \psi^{-1}(t_2) \end{cases}$$

ラザルベカラズ。此処ニ $\varphi(z_1)$, $\psi(t_1)$ ハ増加或ハ減少連続函数ナリ

gische Abbildung (2) ハ

$$\begin{cases} y = v\{\psi(t)\}\varphi\left\{\dfrac{z - k(t)}{u(t)}\right\} + k(t) \\ x = \psi(t) \end{cases}$$

ザルベカラズ。又カヽル形ハ条件ニ適ス。

階微分方程式ノ場合

分方程式ハ一点ξノ近傍ニ於テ

$$\begin{cases} y = \alpha(x) z \\ x = \varphi(t) \end{cases}$$ $\xi - \varepsilon < x < \xi + \varepsilon$ ニテ $\alpha(x) \neq 0$, $\varphi'(t) \neq 0$

変換ニテ

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = 0$$

ヲ得ル。故ニ二ツノ二階微分方程式ノ解ガ topologisch ニ

サレルナラバ、其ノ変換ハ (9) ノ如キ変換ニヨリ (10) ノ如キ形ノ

ノ Topologische Abbildung ニ変形サレル。然シ (11) ノ形ノ微分

ハ横軸ニ垂直ナラザル直線ナリ。ノ然ルヲ直線ヲ直線ニ ~~m~~ ~~[illegible]~~

然カモ横軸ニ垂直ナラザルモノハ、又横軸ニ垂直ナラザルモノヘabbildenサレルヲ以テ、連続性ニヨリ、横軸ニ垂直ナル直線ハ又横軸ニ垂直ナル直線ヘabbildenサレル。カヽルTopologische Abbildungハ射影幾何ノ定理ニヨリ

$$y = \frac{c_1 + c_2 z + c_3 t}{b_1 + b_2 t}$$

$$x = \frac{a_1 + a_2 t}{b_1 + b_2 t}$$

ナル変換ニ限ル。故ニ元ノTopologische Abbildungハ

$$(11) \qquad \begin{cases} y = \alpha(x) z + \beta(x) \\ x = \varphi(t) \end{cases} \qquad [\alpha(x) \neq 0,\ \varphi'(t) \neq 0]$$

ナル形ノ変換ナラザルベカラズ。然シコレハ一点ノ近傍ニテノ話ナルモ各点ノ近傍ニテ(11)ノ如キ変換ナレバ、元ノTopologische Abbildungハ恒ニ(11)ノ如キ変換ナラザルベカラズ。

逆ニ(11)ノ如キ形ノ変換ニヨリ任意ノ第二階微分方程式ガ他ノ任意ノ第二階微分方程式ニ変形シ得ルトハ必ズシモ云ヘズ。其レガ変形シ得ル場合ハ冒頭ニ述ベタル如ク本年四月ノ年会ニテ発表セル所ナリ。

3. 第n階微分方程式ノ場合

二ツノ第n階微分方程式ヲ互ニabbildenスルTopologische Abbildungニ於テ一点(x_0, y_0)ガ(t_0, z_0)ニabbildenサレ、(x_0, y_0)ヲ通ル一解$h(x)$ガ(t_0, z_0)ヲ通ル解$k(t)$ニabbildenサレタトスル。今(x_0, y_0)ヲ通リ$h(x)$ト$(n-1)$回ノ切觸ヲナス解$u_1(x)$ノBildヲ$v_1(t)$トスレバ、$v_1(t)$ハ$k(t)$ト(t_0, z_0)ニ於テヤハリ$(n-1)$回ノ切觸ヲナス。如何トナレバ若シ然ラズトセバ、即チ$v_1(t)$ガ$k(t)$ト(t_0, z_0)ニ於テ$n-1$回以下ノ切觸ヲナストセバ、(t_0, z_0)ノ近傍ニテ点(t_0, z_0)ヲヨギリ$v_1(t)$ト$k(t)$トノ間ニ挟マレル解ハ少クトモ∞^{2}ノ自由度ヲ有ス。然ルニ此ノBildトシテ

$x_0, y_0)$ ヲ通リ $u_1(x)$ ト $h(x)$ トノ間ニ挟マレルニ到ル解ノ自由度ハ ∞^1 ナリ。故ニ相解ニ必ズシモ相異ル解ガ対應セズ。従ッテ Topologische Abbildung ニ矛盾ス。

判解ニシテ (x_0, y_0) ヲ通リ $h(x)$ ト $n-2$ 回ノ切觸ヲスル一解 $u_2(x)$ ノ Bild $v_2(t)$ (t_0, z_1) ヲ通リ $k(t)$ ト $n-2$ 回ノ切觸ヲナス。然ルニ一般ニ $h(x)$ 或ハ $k(t)$ ト (x_0, y_0) 或ハ (t_0, z_0) ニテ少クトモ $n-2$ 回ノ切觸スル解ハ夫々

$$(12)\qquad \begin{cases} C_1\left(u_2(x)-h(x)\right)+C_2\left(u_1(x)-h(x)\right)+h(x) \\ C_1\left(v_2(t)-k(t)\right)+C_2\left(v_1(t)-k(t)\right)+k(t) \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} C_1, C_2 \text{ ハ arbitrary} \\ \text{constants} \end{array}\right)$$

ニテ與ヘラレル。然シテコレラハ互ニ他ニ abbilden サレル。然ルニ Wronskian

$$\begin{vmatrix} u_2(x)-h(x) & u_1(x)-h(x) \\ u_2'(x)-h'(x) & u_1'(x)-h'(x) \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} v_2(t)-k(t) & v_1(t)-k(t) \\ v_2'(t)-k'(t) & v_1'(t)-k'(t) \end{vmatrix}$$

ハ夫々 $x=x_0$, 或ハ $t=t_0$ ヲ除イテハ x_0 或ハ t_0 ノ近傍ニテ零トナラズ。故ニ(12)ハ夫々 $x=x_0$, 或ハ $t=t_0$ ナルガ如キ点ヲ除イタ (x_0, y_0) 或ハ (t_0, z_0) ノ近傍ニ於テ才ニ回微分方程式ノ解ニシテ今考フル所ノ Topologische Abbildung ニヨリ互ニ他ニ abbilden サレル。故ニ 2, ニヨリ元ノ Topologische Abbildung. (x_0, y_0) ノ近傍 $(x \neq x_0)$ ナル点ヲ除イテハ(11)ナル形ニテ表ハサル。故ニ連続性ヨリ $x=x_0$ ナル点ニ対シテモ (x_0, y_0) ノ近傍ニテ(11)ナル形ニテ表ハサル。尚又任意ノ点ノ近傍ニ於テ(11)ナル形ニテ表ハサレルコトニテ考フル所ノ Topologische Abbildung ハ(11)ナル形ノ変換ナラザルベカラズ。又 2, ニ於テ(11)ヲ誘導セル径路ヨリ此ノ際 $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $\varphi(t)$ ガ n 回微分可能ナルコトモ容易ニ推察サレル。以上 2 3 ヲ綜合シテ次ノ定理ヲ得ル。

定理; 二ツノ才 $n(\geqq 2)$ 階微分方程式ノ解ヲ互ニ abbilden スル Topologische Abbildung ハ
$$\begin{cases} y=\alpha(x)z+\beta(x) \\ x=\varphi(t) \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \alpha(x)\neq 0, \ \varphi'(t)\neq 0. \\ \alpha(x), \beta(x), \varphi(t) \text{ ハ } n \text{ 回微分可能} \end{array}\right)$$
ナル変換ニ限ル

第二階以上、即チ一般ニ第n階微分方程式ニ就テ、如何ナル場合ニ上述ノ如キ変換ニテ他ノ第n階微分方程式ニ abbilden サレルカハ筆者ノ今研究中ノ所ナリ。 1934、7、31、

（8、2 受取）

正誤—線形微分方程式ノTopologische Abbildungen ニ就テ—中野秀五郎（第5号）

2頁

$$\begin{cases} z_2=\varphi(z_1) \\ t_2=\psi(t_1) \end{cases} \qquad \begin{cases} z_1=\varphi^{-1}(z_2) \\ t_1=\psi^{-1}(t_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y= \cdots\cdots \\ x=\psi(t) \end{cases}$$

ヲ

$$\begin{cases} z_2=\varphi(z_1) \\ t_2=\psi(t_1,z_1) \end{cases} \qquad \begin{cases} z_1=\varphi^{-1}(z_2) \\ t_1=\psi^{-1}(t_2,z_2) \end{cases}$$

$$y=v\left\{\psi\left(t_1,\frac{z-h(t)}{u(t)}\right\}\varphi\left\{\frac{z-h(t)}{u(t)}\right\}+k(t)$$

$$x=\psi\left(t_1,\ \frac{z-h(t)}{u(t)}\right)$$

$\psi(t,z)$ ハ t ニ関シテ増加或ハ減少連續函数、z ニ関シテ連續、従ッテ t,z ニ関シテ連続ナリ（南雲氏ニヨル）

2頁　(9) ノ　$y=\alpha(x)z$　ヲ　$y=\alpha(x)z+\beta(x)$　トス